

УДК 330.4: 504.06
DOI: 10.60022/2(9)-22S

Онищенко Андрій Михайлович

доктор економічних наук
професор кафедри інформаційних систем та технологій
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна

Onyshchenko Andrii

Doctor of Economic Sciences
Professor of the Department of Information Systems and Technologies
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine
ORCID: 0000-0003-3975-8946

Остапенко Олександр Петрович

кандидат економічних наук
начальник кафедри фінансового забезпечення військ
Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Україна

Ostapenko Oleksandr

Candidate of Economic Sciences
Head of the Department of Financial Support for the Troops
Military Institute of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine
ORCID: 0000-0003-3194-0372

СИСТЕМНО-ДИНАМІЧНИЙ ПІДХІД В НАЦІОНАЛЬНІЙ КОНЦЕПЦІЇ СКОРОЧЕННЯ ВИКИДІВ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ ПАРИЗЬКОЇ УГОДИ

Анотація. У статті розглянуто можливості застосування системно-динамічного підходу до моделювання національної концепції скорочення викидів парникових газів у контексті реалізації положень Паризької угоди. Обґрунтовано доцільність поєднання економічного зростання з екологічними обмеженнями шляхом використання еколого-економічних моделей. Запропоновано односекторну динамічну модель економічного зростання з урахуванням квот на емісію парникових газів та екологічних витрат. З використанням апарату оптимального керування визначено стаціонарну траєкторію збалансованого еколого-економічного розвитку, що забезпечує максимізацію питомого споживання за умов дотримання екологічних обмежень.

Ключові слова: еколого-економічне моделювання, системно-динамічний підхід, економічне зростання, парникові гази, Паризька угода, оптимальне керування, сталий розвиток.

SYSTEM DYNAMICS APPROACH IN THE NATIONAL CONCEPT OF GREENHOUSE GAS EMISSION REDUCTION UNDER THE PARIS AGREEMENT

Abstract. The article examines the application of a system dynamics approach to modeling the national concept of greenhouse gas emission reduction in the context of implementing the Paris Agreement. The relevance of integrating economic growth objectives with environmental constraints is substantiated through the use of eco-economic modeling tools. The authors propose a one-sector dynamic economic growth model that incorporates emission quotas for greenhouse gases and environmental expenditures.

The study focuses on achieving a general economic equilibrium under ecological constraints by employing economic and mathematical modeling techniques. The dynamics of production capacity, labor resources, consumption, and investment are analyzed while accounting for emission limitations and pollution abatement activities. An optimal control problem is formulated with the objective of maximizing per capita consumption over a planning horizon subject to economic and environmental constraints.

Using Pontryagin's maximum principle, the existence of an optimal balanced exponential growth trajectory (the turnpike) is demonstrated. The obtained stationary solution characterizes a sustainable development path that harmonizes economic growth with environmental protection requirements. The results confirm that long-term economic development under emission constraints is feasible provided that an appropriate share of output is allocated to environmental measures. The proposed model can serve as a methodological basis for

further research on national climate policy and sustainable economic development.

Keywords: *eco-economic modeling, system dynamics approach, economic growth, greenhouse gas emissions, Paris Agreement, optimal control, sustainable development.*

Постановка проблеми. Необхідність створення сприятливих умов подальшого розвитку людства в рамках глобальної світової економічної системи є однією з нагальних проблем останніх десятиліть. При цьому такий розвиток, який ґрунтується в першу чергу на здобутках науково-технічного прогресу, повинен погодити масштаби прямого впливу господарської діяльності цивілізації на довкілля з необхідністю самовідновлення структурних характеристик навколишнього природного середовища. Вперше ідеї такої спільної еволюції людини та біосфери, їх гармонійного поєднання були офіційно проголошені на Міжнародній конференції з навколишнього середовища та розвитку у Ріо-де-Жанейро (Саміт Землі) у 1992 році. Об'єктом дискусії конференції стали природне середовище та соціально-економічний розвиток як взаємопов'язані області дослідження. „Порядок денний на XXI століття” [1], як резолюція конференції, пов'язує подальший розвиток економічних відносин з необхідністю досягнення високої якості навколишнього середовища і "здорової" економіки для всіх народів світу, задоволення потреб людей і збереження економічного зростання протягом тривалого періоду.

Незважаючи на численні дискусії та суперечності ряду наукових досліджень, Рамковою конвенцією з питань зміни клімату ООН [2] основною причиною глобальної зміни клімату було визнано надмірну концентрацію парникових газів в атмосфері Землі. Це стало підґрунтям для прийняття у 1997 році Кіотського протоколу [3], а згодом Паризької угоди (2015р.) [4], які конкретизували умови скорочення емісій парникових газів. Кінцева мета зазначених угод полягає в тому, щоб досягти стабілізації концентрації парникових газів в атмосфері на такому рівні, який би не допускав загрозливого антропогенного впливу на кліматичну систему. Такий рівень повинен бути досягнутий в строки, достатні для природної адаптації екосистем до зміни клімату, які дозволяють не ставити під загрозу виробництво продовольства та забезпечити подальший економічний розвиток на стійкій основі.

Реалізація положень Паризької угоди потребує залучення вчених різних наукових напрямів з метою поєднання їх досвіду в рамках міждисциплінарного дослідження. Особливої уваги серед них заслуговує економічна складова, як основний принцип розв'язання екологічних проблем – економічне заохочення. Економіка Паризької угоди вимагає комплексного, системного підходу до її вивчення. Дотримуючись загальної методології дослідження економічних процесів, необхідно розглянути концептуальний рівень основних засад даної угоди, окреслити основних фігурантів – економічних агентів, еколого-економічні показники, з'ясувати існуючі між ними зв'язки, їх природу та специфіку. Подальшим кроком проведення дослідження повинен стати перехід до рівня математичного моделювання еколого-економічної взаємодії як ефективного інструменту наукового пізнання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Як один з ефективних видів моделювання еколого-економічних систем глобального масштабу можна запропонувати використання системно-динамічного підходу [5 - 8] відомого за роботами вчених Римського клубу. Цей підхід відрізняється від традиційного, який передбачає поділ досліджуваного об'єкта на складові елементи та визначення поведінки складного об'єкта як результат поєднання властивостей наявних в ньому систем.

Складність та багатофакторність завдань скорочення викидів парникових газів у національній економіці зумовлена передусім необхідністю забезпечення поряд з виконанням екологічних обмежень поступального економічного розвитку, збереження його досягнутих темпів. З огляду на високі щорічні темпи економічного зростання у другій половині XX століття постає питання, чи буде воно тривати й у XXI та наступних століттях.

На це питання сучасні економісти дають дві відповіді. Противники економічного зростання вказують на те, що світова система використовує ресурси і нагромаджує відходи темпами, які планета не може витримати. Розвиток сучасної промисловості залежить від невідтворюваних природних ресурсів, які вичерпуються. Згідно з цим поглядом людство невдовзі цілком використає певні природні ресурси — нафту, мідь, вугілля, орні землі, що життєво важливі для процесу виробництва. Надмірне навантаження на землю внаслідок інтенсивного обробітку перетворює її на пустелю, а здатність планети прогодувати населення зменшується. Зростання відходів, що є неминучим результатом економічного зростання, пригнічує абсорбційну здатність світової екологічної системи. Інтенсивне забруднення довкілля призводить до вичерпання озонового шару, зміни клімату планети.

Критики економічного зростання стверджують, що подальший прогрес у розвинутих країнах

здебільшого означає задоволення щораз менш значущих потреб за рахунок посилення загрози екологічній системі і самому життю на Землі. Вони заявляють, що необхідно уповільнити темпи економічного зростання і перейти до „нульового зростання”. А це значить, треба різко обмежити використання непоновлюваних ресурсів, а також відновлюваних ресурсів, щоб вони могли поновлюватися. Обсяг викидів не повинен перевищувати абсорбційну здатність довкілля [9].

Прихильники економічного зростання переконані, що це єдиний шлях до поліпшення матеріального добробуту і підвищення життєвого рівня. Збільшення виробництва товарів і послуг та доходів забезпечує людство кращою освітою і медичним обслуговуванням, тривалішим відпочинком, продовжує середню тривалість життя тощо. Науково-технічний прогрес дає змогу збільшувати розвідані запаси ресурсів і створювати нові, відкривати або розробляти заміники наявних ресурсів тощо, тобто запаси ресурсів залежать від розвитку технічних знань.

Зв'язок між економічним зростанням і станом довкілля, на думку прихильників економічного зростання, перебільшений. Прискорення економічного зростання не обов'язково означає посилення забруднення, тому що забруднення – це не стільки продукт зростання, скільки наслідок того, що частина довкілля трактується як спільна для використання власність. Ця власність стала нашим смітником. Для зменшення забруднення навколишнього середовища прихильники економічного зростання пропонують запровадити обмеження або спеціальні податки [10].

Таким чином, економічне зростання не лише постає позитивною ознакою подальшого розвитку суспільства, а й має негативні аспекти. Наслідки безперервного зростання обсягу виробництва для довкілля та способу життя потрібно обов'язково враховувати за будь-якого підходу до оцінки майбутнього економічного стану.

Поряд з економічним зростанням в економічній теорії важливим є поняття рівноваги, тобто такого стану об'єкта, яке він зберігає за відсутності зовнішніх впливів. Завдання теорії зростання охоплюють опис як процесів виходу до стану рівноваги, так і процесів трансформації самого цього стану під впливом зовнішніх сил.

Один з головних методичних прийомів дослідження динаміки еколого-економічних процесів полягає в аналізі зміщення рівноважного розв'язку відповідної математичної моделі, викликаного зміною її зовнішніх параметрів. Обґрунтовуючи правомірність такого (квазістатичного) підходу до вивчення економічної динаміки, А. Маршал виправдовував використання квазістатичних моделей та відзначав можливість застосування їх в роботах про основи економічної науки [11].

Кожна динамічна система в будь-який момент часу характеризується своїм станом та напрямом руху. Система здійснює рух або під впливом внутрішніх причин, або внаслідок впливу на неї зовнішнього середовища. Принципово різними є причини, які зумовлюють її рух як в початковий момент часу, так і надалі.

Теорія економічного зростання стала відповіддю на потребу в розробці ефективних макроекономічних концепцій та підходів щодо прогнозування і планування розвитку економічної системи. У своїй еволюції ця теорія пройшла кілька етапів, основними серед яких можна виокремити: появу залежностей щодо виробництва у вигляді виробничих функцій, моделей економічного зростання типу Харрода-Домара, Солоу, двохсекторної моделі [12]. Об'єктивно, що кожна з цих моделей відіграла свою роль у становленні положень теорії економічного зростання. Вони дозволили, зокрема, виконати аналіз стійкості механізмів саморегулювання ринкової економіки. В моделях довгострокового прогнозування визначається динаміка виробничого потенціалу національної економіки.

Метою статті є розвиток методології моделювання теорії економічного зростання в умовах розширення економічної системи до масштабів соціально-еколого-економічної. Основою для цього може слугувати односекторна економічна модель, яка адекватно передає головні економічні аспекти процесу розширеного відтворення та допомагає розкрити основні формальні особливості моделей динаміки.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо проблему врахування в односекторній моделі екологічних обмежень на основі методології побудови еколого-економічних моделей [13]. Як початковий етап аналізу вказаних проблем поставимо завдання дослідження загальної економічної рівноваги в умовах екологічних обмежень – емісії парникових газів. Основним економічним показником при цьому виступає обсяг валового випуску продукції та його складові. З метою вивчення еколого-економічної взаємодії у часі застосуємо апарат економіко-математичного моделювання для побудови та дослідження відповідних динамічних моделей. Останнє дозволяє отримати траєкторії досліджуваних змінних, зокрема виокремити серед них рівноважні, що дає можливість визначити оптимальні параметри та спрогнозувати поведінку досліджуваних показників.

На першому етапі сформулюємо основні припущення стосовно предмета дослідження, визначимо суттєві економічні та екологічні показники, введемо в розгляд відповідні їм змінні. Припускаємо, що розглядається ринок однорідного товару, на якому деяка сукупність незалежних виробників пропонує товар. Виробники діють в умовах досконалої конкуренції. Виробничі можливості сукупності виробників задаються величиною їх сумарної виробничої потужності M – максимально можливим випуском продукту за одиницю часу. Єдиним виробничим фактором є однорідна робоча сила R . Згідно з неокласичною теорією виробництва будемо описувати технології і виробничі можливості неокласичною виробничою функцією, яка представляє залежність максимального рівня випуску Y від виробничої потужності M та обсягів залучених виробничих факторів R , а саме $Y = F(M, R)$.

З урахуванням властивості лінійної однорідності неокласичну виробничу функцію представимо у вигляді:

$$Y = Mf(x), \quad x = \frac{R}{M}, \quad f(x) = F(1, x),$$

де

$$f(0) = 0, \quad f'(x) > 0, \quad f''(x) < 0, \quad f(x^*) = 1, \quad x^* = \frac{R^*}{M},$$

R^* – повна зайнятість робочих місць на виробництві потужності M .

Виробники наймають робочу силу на ринку. Пропонує робочу силу населення, яке водночас є основним споживачем продукту. Населення становить однорідну групу споживачів та працівників. Споживчу поведінку населення описують монотонно зростаючою функцією корисності, де C – попит на споживчий продукт. Будемо вважати, що й виробники для своїх виробничих потреб проявляють попит на продукт величини J . Окрім введеного, будемо розглядати також екологічне обмеження, яке виражається в тому, що виробники не повинні перевищувати встановленої для них квоти емісій парникових газів Q^s .

В подальшому дослідженні враховується важлива властивість конкурентної ринкової рівноваги. Вона парето-оптимальна, або економічно ефективна [14], тобто в рівновазі повністю використовується робоча сила R , встановлена квота емісій Q^s та випущений валовий продукт Y . Звідси випливає, що рівновагу потрібно шукати серед парето-оптимальних розподілів ресурсів і продукту, а самій задачі про рівновагу можна поставити у відповідність задачу про оптимальний розподіл ресурсів. Для цього проведемо певні уточнення.

Пропозиція робочої сили змінюється у часі за експоненціальним законом:

$$R^s = R_0 e^{\lambda t}$$

Випущений продукт може використовуватися як споживчий, так і фондоутворюючий для створення нових виробничих потужностей. Рівняння балансу виробництва та розподілу продукту запишемо у вигляді:

$$Y = J + S, \quad x = \frac{R}{M}, \quad (1)$$

де J – обсяг фондоутворюючого продукту, S – обсяг кінцевого продукту, R – обсяг використаної робочої сили.

Процес створення нової потужності описуємо сталою b – коефіцієнтом прирістної фондоємності. Якщо за одиницю часу створюється I одиниць нової потужності, то необхідно використовувати

$$J = bI$$

одиниць фондоутворюючого продукту.

Швидкість зміни потужності у часі задаємо рівнянням

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M,$$

де μ – коефіцієнт амортизації виробничих потужностей.

Система введених рівнянь допускає множину траєкторій зростання, які залежать від степеня ви-

користання робочої сили, емісійної квоти та розподілу продукту на фондоутворюючий та споживчий. Серед траєкторій економічного зростання вирізняють характерні траєкторії збалансованого експоненціального зростання. З метою відшукування таких траєкторій сформулюємо задачу оптимальної програми економічного зростання.

Згідно з умовою (1) валовий продукт розподіляється на проміжне споживання та кінцевий продукт. Враховуючи екологічне обмеження та необхідність передбачити частку валового випуску на екологічні заходи, будемо вважати, що кінцевий продукт складається зі споживчого продукту та продукту, передбаченого на екологічні витрати, тобто

$$S = C + U,$$

де C – величина споживчого продукту, U – екологічні витрати.

В такому випадку рівняння (1) набуде вигляду

$$Y = J + C + U, \quad x = \frac{R}{M}$$

В контексті порушеної вище проблеми доцільно сформулювати задачу оптимального розвитку на основі введених припущень з критерієм оптимальності, що представляє максимум величини питомого споживання населення протягом планового періоду $[0, T]$:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \rightarrow \max$$

При цьому кожен виробник ідентифікується рівнянням відтворення основних виробничих потужностей в припущенні, що інвестиції повністю витрачаються без врахування запізнення на приріст основних виробничих потужностей та на амортизаційні відрахування при відомому рівні виробничих потужностей в базовому році:

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M, \quad M(0) = M_0,$$

Виробничі можливості задаються виробничою функцією, а весь валовий випуск продукції розподіляється на проміжне та кінцеве споживання (економічне та екологічне):

$$Y = bI + C + U$$

Екологічне обмеження на емісії парникових газів будемо розглядати як різницю двох складових: обсягу викидів, який вважаємо пропорційним обсягу випущеного продукту з коефіцієнтом k , та обсягу знищених забруднень, пропорційного величині екологічних витрат з коефіцієнтом n :

$$kY - nU = Q^s, \quad k < n \quad (2)$$

Нерівність $k < n$ є умовою екологічно ефективної економічної системи. А саме, означає такий рівень засвоєння екологічного споживання в частці валового випуску, який би дозволив виконувати емісійне обмеження за умов зростання обсягів валового випуску продукції.

Об'єднуючи введені економічні та екологічні співвідношення, отримуємо модель оптимального розвитку еколого-економічної системи:

$$\int_0^T \frac{C}{R} dt \rightarrow \max, \quad (3)$$

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M, \quad M(0) = M_0, \quad (4)$$

$$Y = bI + U + C, \quad (5)$$

$$kY - nU \leq Q^s, \quad (6)$$

$$Y = Mf\left(\frac{R}{M}\right), \quad (7)$$

$$0 \leq R = R_0 e^{\lambda t}, \quad (8)$$

$$I \geq 0, C \geq 0, U \geq 0, 0 \leq t \leq T \quad (9)$$

Отримана модель відображає задачу визначення такого варіанта валового випуску продукції, а також кінцевого споживання та витрат на екологічну складову, які забезпечать найбільше інтегральне питоми споживання. При цьому модель враховує не лише динаміку розвитку економіки, а й мету цього розвитку. Кількісне визначення оптимального варіанта розвитку економіки за допомогою побудованої моделі пов'язане з використанням апарату теорії оптимального керування [15].

Задача оптимального керування (3)-(9) завдяки присутності в ній екологічного обмеження (6) належить до класу складних задач. Для її подальшого дослідження проведемо деякі перетворення.

З рівняння (6) та (7) досліджуваної моделі отримуємо:

$$U = \frac{k}{n} Y - \frac{1}{n} Q^s = \frac{k}{n} Mf\left(\frac{R}{M}\right) - \frac{1}{n} Q^s$$

Враховуючи отриманий результат та рівність (5) моделі, приходимо до умови:

$$Mf\left(\frac{R}{M}\right) = bI + C + \frac{k}{n} Mf\left(\frac{R}{M}\right) - \frac{1}{n} Q^s$$

або

$$\left(1 - \frac{k}{n}\right) Mf\left(\frac{R}{M}\right) = bI + C - \frac{1}{n} Q^s$$

Звідси визначаємо обсяг кінцевого споживання:

$$C = \left(1 - \frac{k}{n}\right) Mf\left(\frac{R}{M}\right) - bI + \frac{1}{n} Q^s$$

З метою приведення отриманої моделі до загальної постановки задачі оптимального керування введемо нові змінні:

$$\rho = \frac{M}{R^s}, \quad \sigma = \frac{I}{R^s}, \quad u = \frac{bI}{Y}, \quad v = \frac{R}{R^s}, \quad \omega^s = \frac{Q^s}{R^s}$$

Це дозволяє переписати підінтегральну функцію (3) у вигляді:

$$\frac{C}{R^s} = \left(1 - \frac{k}{n}\right) \frac{M}{R^s} f\left(\frac{R}{M}\right) - b \frac{I}{R^s} + \frac{1}{n} \frac{Q^s}{R^s} = \left(1 - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho - u f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho + \frac{1}{n} \omega^s.$$

Зміна за часом нової фазової змінної задачі ρ відбувається через співвідношення:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\frac{dM}{dt} R^s - M \lambda R^s}{(R^s)^2} = \frac{1}{R^s} \frac{dM}{dt} - \lambda \frac{M}{R^s} = \frac{I}{R^s} - (\lambda + \mu) \frac{M}{R^s} = \frac{u}{b} f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho.$$

Таким чином, в нових змінних модель (3)-(9) набуде вигляду:

$$\int_0^T \left(1 - u - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho dt + \frac{1}{n} \int_0^T \omega^s ds \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{u}{b} f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \quad \rho(0) = \rho_0, \quad (11)$$

$$0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1 \quad (12)$$

Застосуємо до отриманої еколого-економічної моделі загальний алгоритм дослідження задач оптимального керування на основі принципу максимуму Понтрягіна.

Функція Гамільтона для досліджуваної задачі має вигляд:

$$\begin{aligned} H &= \left(1 - \frac{k}{n} - u\right) f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho + p \left(\frac{u}{b} f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho\right) = \\ &= \left(\left(\frac{p}{b} - 1\right)u + 1 - \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{v}{\rho}\right) \rho - p(\mu + \lambda) \rho \end{aligned}$$

Спряжена змінна задовольняє задачу

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \rho} = (\lambda + \mu)p - \left(\frac{p}{b}u + 1 - \frac{k}{n} - u\right) \cdot \left(f\left(\frac{v}{\rho}\right) - \left(\frac{v}{\rho}\right)f'\left(\frac{v}{\rho}\right)\right), \quad p(T) = 0$$

З аналізу функції Гамільтона (існування максимуму) випливає, що оптимальне керування $u = 0$, якщо $p < b$; $0 < u < 1$, якщо $p = b$; $u = 1$, якщо $p > b$. Тобто існує точка перемикання $p = b$.

Завдяки властивостям виробничої функції $f\left(\frac{v}{\rho}\right)$ функція Гамільтона зростає по v . Тому на оптимальній траєкторії $v = 1$, що відповідає умові повної зайнятості.

Розглянемо оптимальні програми у фазовому просторі. Вище лінії перемикання $p > b$ точка рухається по траєкторії розв'язків системи

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{1}{b} f\left(\frac{1}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} &= (\lambda + \mu)p - \left(\frac{p}{b} - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right)f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Нижче лінії перемикання $p < b$:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -(\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} &= (\lambda + \mu)p - \left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right)f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right). \end{aligned}$$

На лінії перемикання $p = b$:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{\hat{u}}{b} f\left(\frac{1}{\rho}\right) \rho - (\lambda + \mu) \rho, \\ \frac{dp}{dt} &= (\lambda + \mu)p - \left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right)f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right). \end{aligned}$$

Стаціонарна точка моделі при $\frac{d\rho}{dt} = 0$, $\frac{dp}{dt} = 0$ визначається системою рівнянь

$$\hat{u}f\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda + \mu),$$

$$f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho} f'\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1}{1 - \frac{k}{n}} b(\lambda + \mu).$$

Це дозволяє за знайденим з другого рівняння ρ визначити оптимальне керування $\hat{u}$ з першого рівняння системи. А за відомим керуванням та фазовою змінною знайти максимум інтегрального кінцевого споживання (3) побудованої еколого-економічної моделі та обсяг валового випуску продукції в умовах обмежень на емісії парникових газів.

В роботі [16] побудовано фазову площину оптимальних траєкторій, яка визначається системою, подібною до системи (13), та доведено існування збалансованої траєкторії експоненціального зростання (магістралі). Ці результати переносяться і на систему (13). Це дозволяє знайти стійку стаціонарну точку еколого-економічної моделі (3)-(9), яка визначається рівнянням:

$$uf\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda + \mu), \quad (14)$$

а двоїста змінна, що відповідає стаціонарній траєкторії,

$$p = \frac{\left(1 - \frac{k}{n}\right) \left(f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \left(\frac{1}{\rho}\right) f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right)}{\lambda + \mu} \quad (15)$$

З еколого-економічного аналізу отриманих залежностей впливає такий результат. Загальний горизонт планування запропонованої еколого-економічної системи складається з трьох відрізків, а саме: руху до стаціонарної точки, руху в режимі збалансованого розвитку (14)-(15) та переходу в кінцеву точку. При цьому траєкторія збалансованого експоненціального зростання або магістраль в цілому характеризує оптимальну програму еколого-економічного зростання тим краще, чим довший період збалансованого розвитку.

Висновки. Запропоновано модель поведінки виробника в умовах встановлених обмежень на обсяги викидів парникових газів. Економіко-математичний аналіз дозволив отримати стаціонарну траєкторію поведінки досліджуваної еколого-економічної системи. Як подальше дослідження питання розвитку економічної системи з обмеженнями на емісії парникових газів можна запропонувати її подальшу модифікацію з уточненням витрат на екологічний сектор. Наприклад, розгляд відповідної системи, в якій відображено поряд з основним виробництвом діяльність виробника у сфері утилізації частини забруднень.

Література

1. Agenda 21, 1992 United Nations Conference on Environment and Development. Rio de Janeiro (United Nations) A Conf. 151/4. [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.un.org/documents/ga/docs/52/plenary/a52-175.htm>
2. Рамкова Конвенція ООН про зміну клімату / Організація об'єднаних націй, 1992. – 30 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://unfccc.int/resource/docs/convru.pdf>
3. [KYOTO] KYOTO PROTOCOL TO THE UNITED NATIONS FRAMEWORK CONVENTION ON CLIMATE CHANGE. - [Electronic resource]. – Mode of access: http://unfccc.int/kyoto_protocol/items/2830.php
4. The Paris Agreement. United Nations. - [Electronic resource]. – Mode of access: <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement#:~:text=What%20is%20the%20Paris%20Agreement%3F&text=The%20Paris%20Agreement%20is%20a,force%20on%204%20November%202016>
5. Бакаєв О.О. Економіко-математичні моделі економічного зростання / О.О. Бакаєв, В.І. Гриценко, Л.І. Бажан, Л.О. Бакаєв, К.А. Бобер К.А. – К.: Наукова думка, 2005. – 189 с.
6. Григорків В.С. Оптимізація економіки в умовах динамічної еколого-економічної рівноваги / В.С. Григорків // Вісник Київського університету. Серія Фізико-математичні науки. – 1999. – Вип.2. – С. 218–227.

7. Ляшенко І.М. Еколого-економічне моделювання / І.М. Ляшенко // У книзі: Проблеми сталого розвитку України. – К.: БМТ, 1998. – с. 205–213.
8. Solow R. A contribution to the theory of Economic Growth / R. Solow // The Quarterly Journal of Economics. – 1956. – №3. – P. 65–94.
9. Donella H Meadows; Jorgen Randers; Dennis L Meadows; William W Behrens. The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind. — 1. — Universe Books, 1972. — 211 с.
10. Aidt. T.S. The Rise of Environmentalism, Pollution Taxes and Intra-industry Trade / T.S. Aids // Economics of Governance. – 2004. – № 6(1). – P. 1–12.
11. Гець В.М. Перехідна економіка. – К.: Вища школа. – 2003. – 1008 с.
12. Jones C.I. Based models of economic growth // J. of Political Economy. – 1995. - № 103. - P. 759 – 784.
13. Онищенко А. М. До методології еколого-економічного моделювання положень Кіотського протоколу / А. М. Онищенко // Економіка і регіон. – 2011. – № 1 (16) – С. 169–173.
14. Larichev O.I., Olson D.L. Multiple criteria analysis in strategic sitting problems. – Kluwer Academic Publishers. – Boston. – 2001.
15. Григорків В.С. Моделювання оптимального контролю над забрудненням довкілля / В.С. Григорків // Вісник Київського університету. Серія Фізико-математичні науки. – 1998. – Вип.1. – С. 155–163.
16. Gaiduchok, O (2007). System forecasting of the two sector economy. Economy: Problems of science and practice, Vol. 230, Iss. II, 495-510.

References

1. Agenda 21, 1992 United Nations Conference on Environment and Development. Rio de Janeiro (United Nations) A Conf. 151/4. [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.un.org/documents/ga/docs/52/plenary/a52-175.htm>
2. Ramkova Konventsia OON pro zminu klimatu / Orhanizatsiia obiednanykh natsii, 1992. – 30 s. [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: <http://unfccc.int/resource/docs/convru.pdf>
3. [KYOTO] KYOTO PROTOCOL TO THE UNITED NATIONS FRAMEWORK CONVENTION ON CLIMATE CHANGE. - [Electronic resource]. – Mode of access: http://unfccc.int/kyoto_protocol/items/2830.php
4. The Paris Agreement. United Nations. - [Electronic resource]. – Mode of access: <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement#:~:text=What%20is%20the%20Paris%20Agreement%3F&text=The%20Paris%20Agreement%20is%20a,force%20on%204%20November%202016>
5. Bakaiev, O.O., Hrytsenko, V.I., Bazhan, L.I., Bakaiev, L.O., Bober, K.A. (2005). Ekonomiko-matematichni modeli ekonomichnoho zrostantia. Kyiv: Naukova dumka. 189 p.
6. Hryhorkiv, V.S. (1999). Optyimizatsiia ekonomiky v umovakh dynamichnoi ekolohe-ekonomichnoi rivnovahy. Visnyk Kyivskoho universytetu. Serii Fyzyko-matematichni nauky, 2, 218–227.
7. Liashenko, I.M. (1998). Ekolohe-ekonomichne modeliuвання. In: Problemy staloho rozvytku Ukrainy (pp. 205–213). Kyiv: BMT.
8. Solow R. A contribution to the theory of Economic Growth / R. Solow // The Quarterly Journal of Economics. – 1956. – №3. – P. 65–94.
9. Donella H Meadows; Jorgen Randers; Dennis L Meadows; William W Behrens. The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind. — 1. — Universe Books, 1972. — 211 с.
10. Aidt. T.S. The Rise of Environmentalism, Pollution Taxes and Intra-industry Trade / T.S. Aids // Economics of Governance. – 2004. – № 6(1). – P. 1–12.
11. Heiets, V.M. (2003). Perekhidna ekonomika. Kyiv: Vyshcha shkola. 1008 p.
12. Jones C.I. Based models of economic growth // J. of Political Economy. – 1995. - № 103. - P. 759 – 784.
13. Onyshchenko, A.M. (2011). Do metodolohii ekolohe-ekonomichnoho modeliuвання polozhen Kiotskoho protokolu. Ekonomika i rehion, 1(16), 169–173.
14. Larichev O.I., Olson D.L. Multiple criteria analysis in strategic sitting problems. – Kluwer Academic Publishers. – Boston. – 2001.
15. Hryhorkiv, V.S. (1998). Modeliuвання optymalnoho kontroliu nad zabrudnenniam dovkillia.

Visnyk Kyivskoho universytetu. Seriiia Fyzyko-matematychni nauky, 1, 155–163.

16. Gaiduchok, O (2007). System forecasting of the two sector economy. Economy: Problems of science and practice, Vol. 230, Iss. II, 495-510.